Análise de Circuitos em Corrente Alternada
Resolução dos Exercícios Propostos

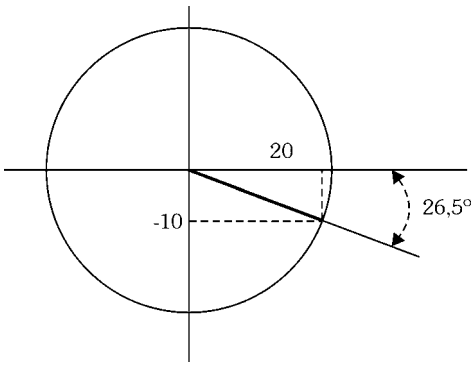
Capítulo 1

1.1 - Converter na forma polar

a) z1 = 20 -j10 $\Rightarrow$ tg ϕ = 10/20 =0,5 $\Rightarrow$ ϕ = -26,5º (4º quadrante)

$Z1 = \sqrt{20^2 + 10^2} = 22{,}3$

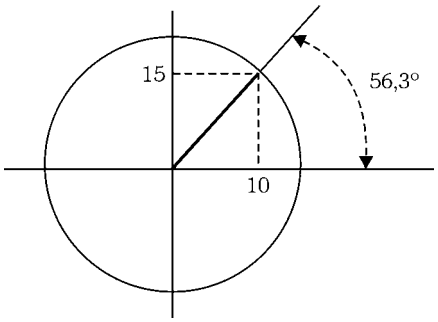
Z1 = 22,3 $\angle$ -26,5º



b) z2 = 10+ j15 $\Rightarrow$ tg ϕ =15/10 =1,5 ϕ = 56,3º (1º quadrante)

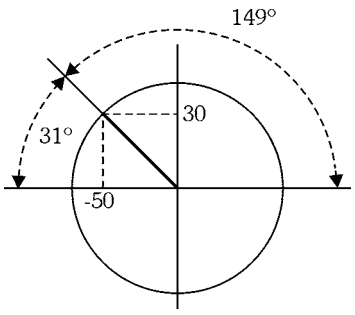
$Z2 = \sqrt{15^2 + 10^2} = 18$

Z2 = 18 $\angle$ 56,3º



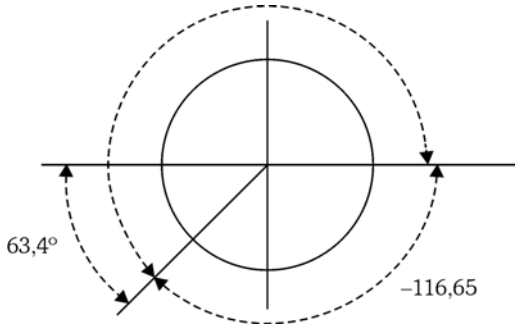
c) z3 = -50 + j30 $\Rightarrow$ tg ϕ = 30/50 = 0,6 ϕ = 31º (2º Quadrante)

$Z3 = \sqrt{50^2 + 30^2} = 58{,}3$ Z3 = 58 $\angle$ 149º

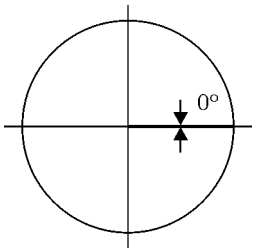


d) z4=-6-j12 $\Rightarrow$ tg ϕ = 12/6 = 2 ϕ = 63,4º

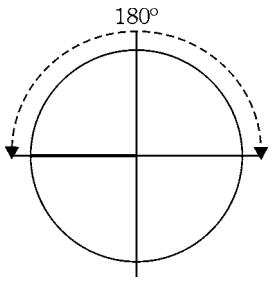
$Z4 = \sqrt{(-6)^2 + (-12)^2} = 13{,}4$ Z4 = 13,4 $\angle$243,4º =13,4 $\angle$ -116,5º



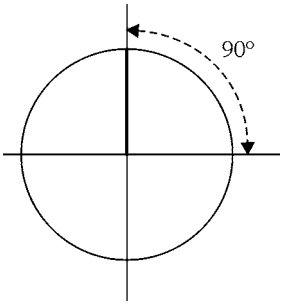
e) Z5 =5 $\Rightarrow$ ϕ = 0º Z5 =5 $\angle$ 0º



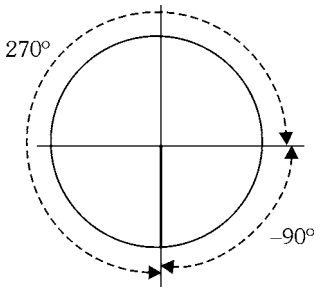
f) Z6 = -15 ϕ = 180º Z6 = 15 $\angle$ 180º



g) Z7 = j25 $\Rightarrow$ ϕ =90º Z7 = 25 $\angle$ 90º

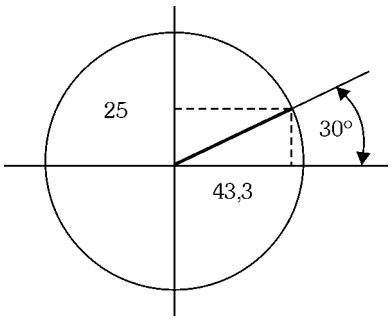


h) Z8 = -j9 $\phi = 270^o$ ou $\phi = -90^o$ Z8 = 9 $\lfloor 270^o$ =9 $\lfloor -90^o$

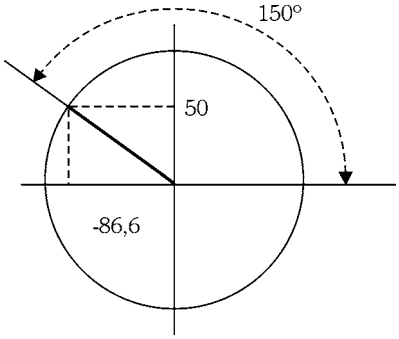


1.2 - Converter na forma cartesiana

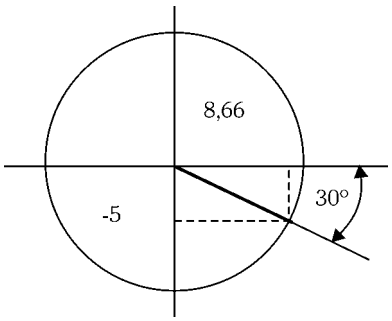
a) Z1=50 $\lfloor 30^o$ Z1 = 50.cos30 + j50sen30 = 43,3 + j25



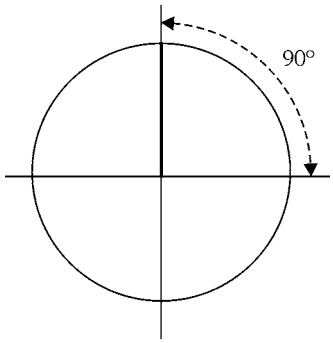
b) Z2 = 100 $\lfloor 150^o$ = 100. Cos150 + 100.sen150 = -86,66 + j50



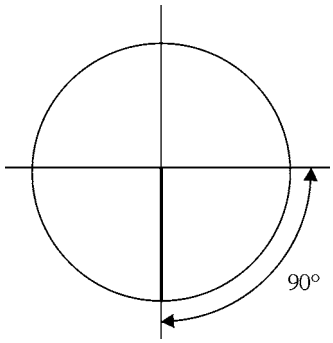
c) Z3 = 10 $\lfloor -30^o$ = 10.cos(-30) + j10sen(-30) = 8,66 -j5



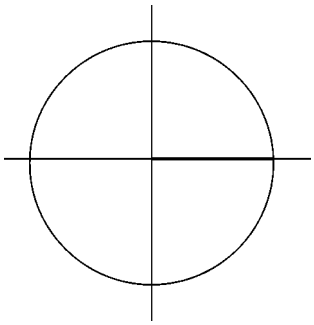
d) $Z4 = 25 \angle 90^o = 25.\cos 90 + j25.\text{sen}90 = 0 + j25 = j25$



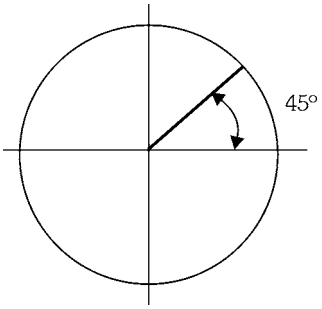
e) $Z5 = 45 \angle -90^o = 45.\cos(-90^o) + j45.\text{sen}(-90^o) = 0 - j45 = -j45$



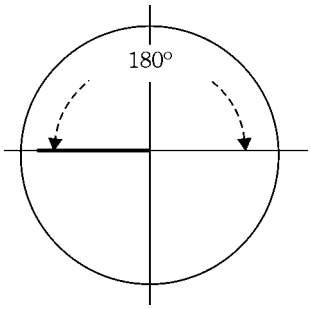
f) $Z6 = 220 \angle 0^o = 220.\cos 0^o + j220.\text{sen}0^o = 220$



g) $Z7 = 3{,}56\ 45^o = 3{,}56.\cos 45^o + j.3{,}56.\text{sen}45^o = 2{,}52 + j2{,}52$



h) $67\angle 180^o = 67.\cos 180^o + j.\text{sen}180^o = -67$



1.3 - Operações com números complexos

$Z1 = 40 - j100 \quad Z2 = 50\angle 30^o \quad Z3 = 5 + j8{,}66 \quad Z4 = -20 - j40$

$Z1 = 107{,}7\angle -68^o$, $Z2 = 50\cos 30^o + j50\text{sen}30^o = 43{,}3 + j25$, $Z3 = 10\angle 60^o$

$Z4 = 44{,}7\angle 243{,}4^o$

Efetuar as operações:

a) $Z1 + Z2 = (40 - j100) + (43{,}3 + j25) =$ 83,3 - j75

b) $Z1 + Z4 = (40 - j100) + (-20 - j40) =$ 20 - j140

c) $Z2 + Z4 = (43{,}3 + j25) + (-20 - j40) =$ 23,3 - j15

d) $Z1 - Z2 = (40 - j100) - (43{,}3 + j25) =$ 3,3 - j125

e) $Z2 - Z3 = (43{,}3 + j25) - (5 + j8{,}66) =$ 38,3 + j16,34

f) $Z3 - Z4 = (5 + j8{,}66) - (-20 - j40) =$ 25 + j48,66

g) $Z^2_3 = Z_3.Z_3 = 10\angle 60^o . 10\angle 60^o = 100\angle 120^o = 100.\cos 120^o + j\text{sen}120^o =$

$= -50 + j86{,}6$

h) $Z1.Z3 = 50\angle 30^o .10\angle 60^o = 500\angle 90^o =$ j500

i) $Z4 / Z1 = (44{,}7\angle 243{,}4^o) / (50\angle 30^o) = 0{,}89\angle 213{,}4^o =$

$= 0{,}89.\cos 213{,}4 + j0{,}89.\text{sen}213{,}4 =$ -0,74 - j0,49

j) $(Z1.(Z2+Z3))/Z4$, $Z2+Z3 = (43{,}3 + j25) + (5 + j8{,}66) = 48{,}3 + j33{,}66 = 58{,}8\angle 34{,}8^o$

$(107{,}7\angle -68^o .58{,}8\angle 34{,}8^o) / 44{,}7\angle 243{,}4^o = 141{,}7\angle -276{,}6^o =$

$141{,}7.\cos(-276{,}6^o) + j141{,}7.\text{sen}(-276{,}6^o) =$ 16,3 + j140,7

Capítulo 2

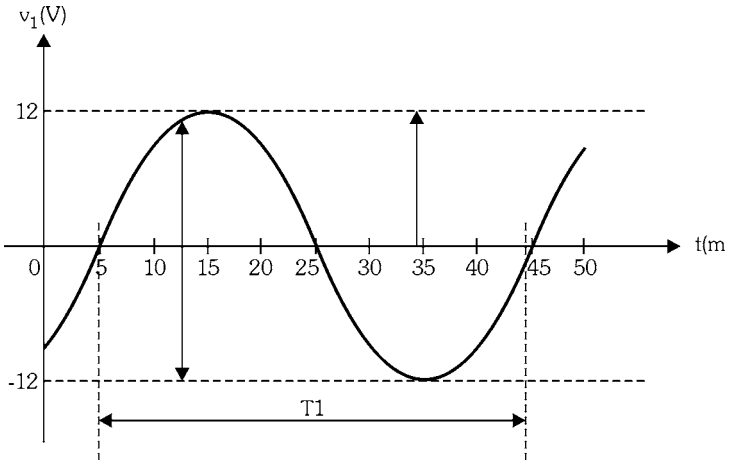
2.1 - 1 - Dadas as tensões representadas pelos gráficos seguintes, pede-se determinar:

a) Valor de pico a pico

b) Período, freqüência e freqüência angular

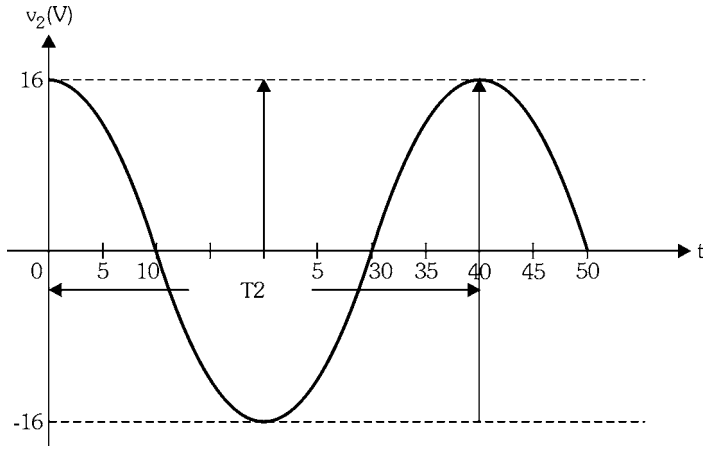
c) Fase inicial e defasagem entre eles

d) Expressão matemática



a) Dos gráficos obtemos:

Tensão1: V_{P1} =12v V_{PP1} =24V tensão2 : V_{P2} =16V V_{PP2} =32V



b) Período

Tensão1: 40ms (45ms -5ms) tensão2: 40ms

freqüência

tensão 1: f1 = 1/40ms =25Hz f2 = 1/40ms = 25Hz

$\omega 1 = \omega 2 = 2.\pi.25 =$ 157 rd/s

c) Fase inicial

Tensão 1: para t = 5ms $\Rightarrow$ $v(5ms)=0 = 12.sen(157.5.10^{-3} + \theta_{01}) \Rightarrow$

Significa que $sen(0{,}785 + \theta_{01}) = 0 \Rightarrow 0{,}785 + \theta_{01} = 0 \Rightarrow \theta_{01} = -0{,}785rd$ ou $\theta_{01} = -45^o$

Tensão 2: para t =0 $\Rightarrow v(0) = 16V = 16.sen(157.0 + \theta_{02})$, usando o mesmo raciocínio obtemos: $\theta_{02} = 90^o$

Portanto, a defasagem entre elas é $\Delta\theta_0 = 90 - (-45) = 135^o$

Tente desenhar o diagrama fasorial, representando as duas tensões.

d) $v1(t) = 12.sen(2.\pi.25.t - 45^o)(V) = 12.sen(50.\pi.t - 45^o)(V) = 12.sen(157.t - \pi/4)(V)$

$v2(t) = 16.sen(50.\pi.t + 90^o)(V) = 16.sen(157.t + \pi/2)(V)$

2.2 - Tensão senoidal: f = 100Hz $V_P = 10$ $\theta_0 = -\pi/3$ rd = -60^o

a) T = 1 / f = 1/ 100 = 0,01s = 10ms $\omega = 2.\pi.100 =$ 628 rd/s

b) $V(t) = 10.sen(628.t - 60^o)(V) = 10.sen(628.t - \pi/3)(V)$

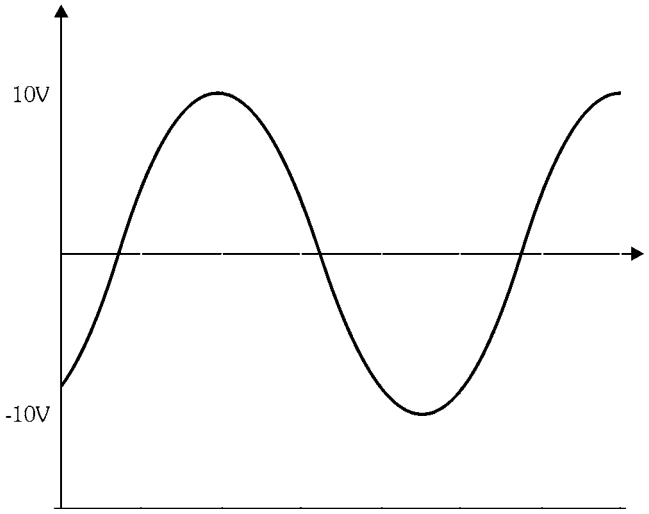
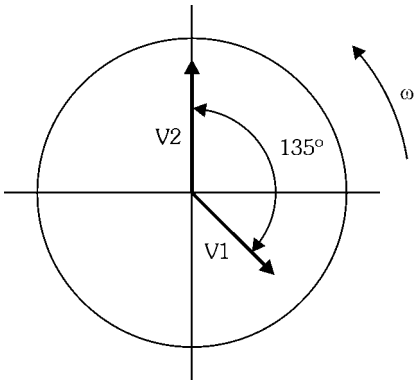


Diagrama Fasorial

2.3 - V1 = 12 $\lfloor -45^o$ V2 = 16 $\lfloor 90^o$



Representação de tensão usando número complexo

2.4 - $v1(t) = 12.sen(50.\pi.t - 45^o)(V) = 12 \lfloor -45^o = 12.cos(-45^o) + j.12sen(-45^o) =$

$= 8,48 - j8,48$ (V)

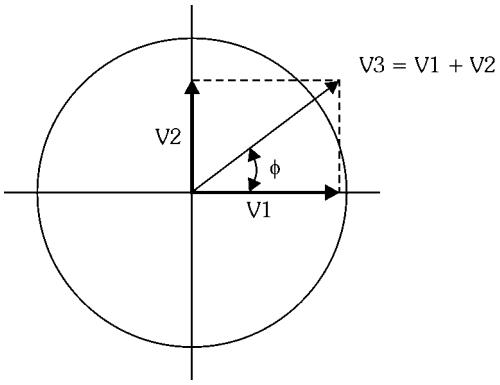
$v2(t) = 16.sen(50.\pi.t + 90^o)(V) = 16 \lfloor 90^o$ = j16 (V) não tem parte real !!

2.5 - V1 = 30$\angle$ 0º = 30 (V)

V2 = 20.sen(w.t + π/2) (V) = j20 (V)

Obter:

a) V3 = V1 + V2 fasorialmente



V3 = $\sqrt{(20)^2 + (30)^2}$ = 36V com fase dada por: tg ϕ = V2 / V1 = 20/30 =0,666 logo

ϕ = 33,7º $\Rightarrow$ V3 = 36$\angle$ 33,7º (V)

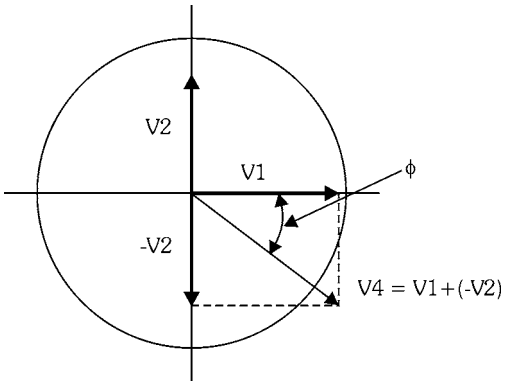
b) V3 = V1 + V2 = 30 + j20 (V)

c) V(t) = V1(t) + V2(t) = 30.sen(w.t) + 20.sen(w.t + 90º) = 36.sen(w.t + 33,7º)(V)

d) Na soma ponto a ponto, em cada instante somamos V1 com V2, por exemplo no instante t = 0 V1(0) = 0 e V2(0) = 20V, portanto V3(0) = 0 + 20 = 20V e assim por diante. Tente fazer com papel milimetrado.

e) V4 = V1 - V2 fasorialmente

Observe que V1 - V2 é a mesma coisa que V1 + (-V2),



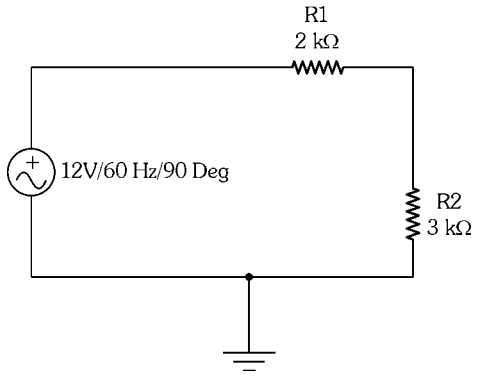
f) Observe que o módulo de V4 é igual ao módulo de V3, mas com fase diferente, logo podemos escrever as expressões de V4 na forma cartesiana e polar:

V4 = 36 $\lfloor$ - 33,7º (V) e V4 =36.cos(-33,7º) + j.36.sen(-33,7º) = 30 - j20(V).

g) V4(t) =36.sen(w.t - 33,7º)(V)

Circuitos Resistivos em CA

2.6 - Dado o circuito, determinar:



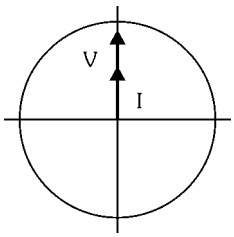
a) Expressões de v(t) e i(t)

A resistência equivalente é R_E = 5K e a corrente no circuito será dada por:

I = V/R_E = (12 $\lfloor$ 90º) / (5 $\lfloor$ 0º) = 2,4 $\lfloor$ 90º (mA) = 2,4.sen(w.t +90º) (mA)

V(t) = 12.sen(w.t +90º)(V)

b)



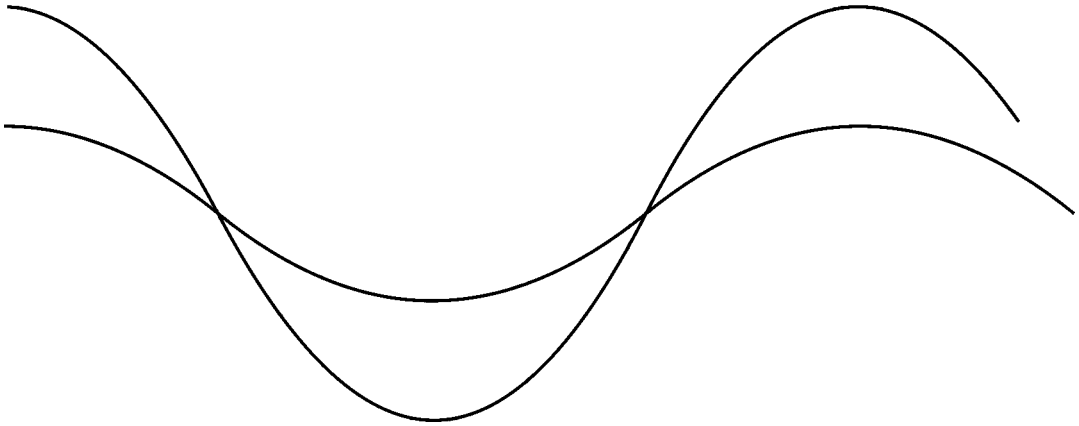
c) V1 = R1.I = 20 $\lfloor$ 0º .2,4mA $\lfloor$ 90º = 4,8 $\lfloor$ 90º (V)

V1(t) = 4,8.sen(w.t +90º) (V)

V2 = R2.I = 3K $\lfloor$ 0º .2,4mA $\lfloor$ 90º =7,2 $\lfloor$ 90º

V2(t) = 7,2.sen(w.t + 90º)(V)

d) As duas tensões estão em fase.



e) Potências de pico:

$P_{PG} = V_P . I_P = 12V . 2,4mA = 28,8mW$

$P_{P1} = V_{P1} . I_p = 4,8V . 2,4mA = 11,52mW$

$P_{P2} = V_{P2} . I_p = 7,2V . 2,4mA = 17,28mW$

Potências médias:

$P_{MG} = P_{PG} / 2 = 14,4mW$

$P_{M1} = P_{P1} / 2 = 5,76mW$

$P_{M2} = P_{P2} / 2 = 8,64mW$

f) Veja a figura 2.9, página 51